כיתה ט' | חשבון ומתמטיקה | שיעור 4 מתוך 4 | 45 דק' | מתאים לממלכתי וממלכתי-דתי

עלייה, ירידה ובעיה מעשית

🎯 מטרות השיעור

- התלמידים ימצאו תחומי עלייה וירידה של פרבולה לפי הקודקוד
- התלמידים ימצאו תחומי חיוביות ושליליות לפי נקודות החיתוך
- התלמידים יפתרו בעיה מעשית (גובה של כדור, שטח מקסימלי) בעזרת פונקציה ריבועית

📖 הסבר למורה

בפרבולה פתוחה כלפי מעלה, משמאל לקודקוד הפונקציה יורדת ומימינו היא עולה. ב-$y = (x-2)^2 + 1$: יורדת כאשר $x < 2$, עולה כאשר $x > 2$. בפרבולה פתוחה כלפי מטה זה הפוך. תחומי החיוביות והשליליות נקבעים לפי נקודות החיתוך עם ציר x: ב-$y = (x-1)(x-5)$ הפונקציה שלילית כאשר $1 < x < 5$, וחיובית כאשר $x < 1$ או $x > 5$.

בעיה מעשית (מודל פשוט): הגובה של כדור שנזרק כלפי מעלה מהקרקע הוא $h(t) = -5t^2 + 20t$ מטרים, אחרי t שניות. $h(1) = 15$. הכדור חוזר לקרקע כש-$h = 0$: $-5t(t-4) = 0$, כלומר $t = 4$. הקודקוד באמצע בין 0 ל-4, ב-$t = 2$, והגובה המרבי $h(2) = 20$ מטרים. המודל מתעלם מהתנגדות האוויר.

👩‍🏫 מהלך השיעור (45 דקות)

1. **פתיחה:** סרטון קצר או הדגמה של זריקת כדור. שאלה: מתי הכדור הכי גבוה? מתי הוא חוזר לקרקע? (5 דקות)
2. **הסבר:** עלייה וירידה סביב הקודקוד, חיוביות ושליליות בין נקודות החיתוך. שרטוט סקיצה לכל דוגמה. (12 דקות)
3. **בעיית הכדור:** פותרים יחד את $h(t) = -5t^2 + 20t$: גובה אחרי שנייה, נחיתה, שיא, ומתי הגובה 15 מטר. (10 דקות)
4. **עבודה אישית:** דף העבודה, כולל בעיית המלבן עם היקף 20. (13 דקות)
5. **סיכום:** למה תמיד אפשר למצוא את השיא באמצע בין שתי נקודות החיתוך? (5 דקות)

💬 שאלות בשלוש רמות

1. **רמה 1, הבנה ואיתור:** באיזה תחום הפונקציה $y = (x-2)^2 + 1$ עולה?
2. **רמה 2, יישום וניתוח:** באילו זמנים הכדור שגובהו $h(t) = -5t^2 + 20t$ נמצא בגובה 15 מטר? הסבירו למה יש שתי תשובות.

3. **רמה 3, הערכה ויצירה:** למלבן היקף 20 ס"מ. הראו שהשטח שלו הוא $A = x(10 - x)$, ומצאו את המלבן בעל השטח הגדול ביותר.

🎟️ כרטיס יציאה (בסוף השיעור)

1. באיזה תחום הפונקציה $y = (x - 1)(x - 5)$ שלילית?
2. מהו הגובה המרבי של הכדור בבעיה, ומתי הוא מגיע אליו?

💡 הערות למורה

חשוב לקשר בין הגרף לסיפור: ציר x הוא הזמן וציר y הגובה, והגרף אינו המסלול של הכדור באוויר. למתקשים: סקיצה מוכנה עם קודקוד ונקודות חיתוך. למתקדמים: פונקציה בצורה רגילה, כמו $y = x^2 - 8x + 12$, שבה מוצאים קודקוד בעזרת $x = -b/(2a)$.

📝 בדף העבודה

עלייה, ירידה ושימושים: 8 תרגילים, ומחוון מלא בעמוד השני.

מחוון: עלייה, ירידה ושימושים

1. יורדת כאשר $x < 2$, עולה כאשר $x > 2$.
2. עולה כאשר $x < -1$, יורדת כאשר $x > -1$. הערך המרבי 5 (בקודקוד $(-1, 5)$).
3. $h(1) = 15$ מטרים. חוזר לקרקע ב-$t = 4$ ($-5t(t - 4) = 0$). שיא: 20 מטרים ב-$t = 2$.
4. $t = 1$ ו-$t = 3$ ($-5t^2 + 20t = 15 \leftarrow t^2 - 4t + 3 = 0 \leftarrow (t - 3)(t - 1) = 0$). פעם בעלייה ופעם בירידה.
5. סכום שתי צלעות סמוכות הוא חצי מההיקף, 10, ולכן הצלע השנייה $10 - x$. השטח הגדול ביותר 25 סמ"ר, כאשר $x = 5$ (ריבוע).
6. 21 סמ"ר
7. א. $(-4, 4)$
8. חיובית כאשר $x < 1$ או $x > 5$; שלילית כאשר $1 < x < 5$.