כיתות ז'–ח' | חשבון ומתמטיקה | שיעור 2 מתוך 2 | 45 דק' | חטיבת ביניים | מתאים לממלכתי ולממלכתי-דתי

🪜 שימושים: המשפט ההפוך, אלכסונים ובעיות במרחב

📚 בהתאם לתוכנית הלימודים

משפט פיתגורס מופיע בתוכנית המעודכנת לכיתה ז' ("משפט פיתגורס ושימושיו"), וחוזר בכיתה ח': "משפט פיתגורס (שילוב עם הנלמד בכיתה ז')" ו"שימוש במשפט פיתגורס במרחב". שיעור 1 מתאים לז', שיעור 2 לח'.

משרד החינוך: רצף הוראה מומלץ במתמטיקה, כיתה ח', תשפ"ז (PDF)

🎯 מטרות השיעור

- לבדוק בעזרת המשפט ההפוך אם משולש הוא ישר זווית.
- לחשב אלכסון של מלבן ושל ריבוע ולפתור בעיות מילוליות.
- לחשב אלכסון של תיבה בשני שלבים.

🚪 פתק כניסה (3 דקות)

בתחילת השיעור כל תלמיד עונה על פתק, בלי ציון:

1. ניצבים 5 ו-12. מה היתר?
2. נתונות צלעות 6, 8, 10. איך נדע בלי מד זווית אם יש זווית ישרה?
3. מה ארוך יותר: ללכת לאורך שתי צלעות של מגרש מלבני או לחצות באלכסון? למה?

למורה: שאלה 1 היא חזרה על שיעור קודם. בשאלה 2 חפשו את הרעיון לבדוק אם $a^2 + b^2 = c^2$. שאלה 3 מכינה לבעיית קיצור הדרך.

🔑 מושגי מפתח

המשפט ההפוך

אם $a^2 + b^2 = c^2$ כאשר c הצלע הארוכה, אז המשולש ישר זווית.

אלכסון מלבן

קטע בין שני קודקודים נגדיים. הוא יתר במשולש שניצביו אורך ורוחב.

אלכסון ריבוע

בריבוע שצלעו a: $d = a\sqrt{2}$.

אלכסון תיבה

קטע בין שני קודקודים נגדיים של תיבה: $d = \sqrt{(a^2 + b^2 + c^2)}$.

אלכסון פאה

אלכסון של אחת הפאות המלבניות של התיבה.

📖 הסבר למורה

המשפט ההפוך: לוקחים את הצלע הארוכה ביותר כ-c, ובודקים אם $a^2 + b^2 = c^2$. אם כן, המשולש ישר זווית, והזווית הישרה מול הצלע הארוכה. אם לא, אין בו זווית ישרה.

אלכסון של מלבן מחלק אותו לשני משולשים ישרי זווית. לכן $d = \sqrt{(a^2 + b^2)}$. בריבוע הצלעות שוות, $d = \sqrt{(2a^2)} = a\sqrt{2}$.

בבעיה מילולית משרטטים קודם, ומחפשים את הזווית הישרה: קיר ורצפה, צפון ומזרח, אורך ורוחב. רק אחר כך מחליטים מה היתר ומה הניצבים. בסולם, הסולם עצמו הוא היתר.

אלכסון תיבה: שלב 1, אלכסון הבסיס $\sqrt{(a^2 + b^2)}$. שלב 2, משולש ישר זווית שניצביו אלכסון הבסיס והגובה. יחד: $d = \sqrt{(a^2 + b^2 + c^2)}$.

טעויות נפוצות: שימוש במשפט במשולש שאינו ישר זווית, בדיקת המשפט ההפוך כשהצלע הארוכה לא בצד של c, וחיבור במקום חיסור כשמחפשים ניצב (גובה הסולם).

✏️ דוגמאות פתורות ללוח

דוגמה 1. האם משולש שצלעותיו 7, 24, 25 הוא ישר זווית?

1. הצלע הארוכה 25, לכן היא c.
2. $7^2 + 24^2 = 49 + 576 = 625$
3. $25^2 = 625$, שווה.

תשובה: כן, המשולש ישר זווית, והזווית הישרה מול הצלע 25.

דוגמה 2. סולם באורך 5 מ' נשען על קיר. רגל הסולם רחוקה 1.4 מ' מהקיר. לאיזה גובה מגיע הסולם?

1. הקיר והרצפה יוצרים זווית ישרה. הסולם הוא היתר.
2. מחפשים ניצב: $h^2 = 5^2 - 1.4^2$
3. $h^2 = 25 - 1.96 = 23.04$
4. $h = \sqrt{23.04} = 4.8$

תשובה: 4.8 מ'.

דוגמה 3. תיבה באורך 12, רוחב 4 וגובה 3. מצאו את אלכסון התיבה.

1. אלכסון הבסיס: $\sqrt{(12^2 + 4^2)} = \sqrt{160}$

2. אלכסון התיבה: $d^2 = (\sqrt{160})^2 + 3^2 = 160 + 9 = 169$

3. $d = 13$

תשובה: 13

👩‍🏫 פעילות בכיתה

1. פתיחה: שאלות הכניסה, 5 דקות.
2. המשפט ההפוך: בדיקת 6, 8, 10 ו-6, 7, 9 על הלוח.
3. בניית זווית ישרה עם חבל בן 12 קשרים במרווחים שווים (3, 4, 5) בקבוצות.
4. דוגמת הסולם: שרטוט, זיהוי היתר וחישוב.
5. דוגמת התיבה: הדגמה על קופסת קרטון, אלכסון בסיס ואז אלכסון תיבה.
6. תרגול בדף העבודה, פריטים 1 עד 4.
7. סיכום: שאלות יציאה.

💡 הערות למורה

בכל בעיה מילולית דרשו שרטוט עם סימון הזווית הישרה. תלמידים מתקשים יעבדו עם דף התמיכה ועם מספרים שלמים. למתקדמים: אלכסון קובייה $a\sqrt{3}$ ושאלת העיפרון בקופסה. אפשר לקשר לשיעור על שורשים כשהתשובה אינה שלמה.

❓ שאלות תרגול (בודקים בלחיצה)

1. משולש שצלעותיו 6, 7, 9. האם הוא ישר זווית?

- כן, הזווית מול 9 ישרה
- לא, כי $6^2 + 7^2 \neq 9^2$
- כן, כי $6 + 7 > 9$
- אי אפשר לדעת בלי מד זווית

2. מה אורך האלכסון של ריבוע שצלעו 5?

- 10
- $5\sqrt{2}$
- 25
- $\sqrt{5}$

3. תיבה במידות 2, 3, 6. מה אורך אלכסון התיבה?

7 | 11 | 49 | √13

4. מגרש מלבני 30 מ' על 40 מ'. כמה מטרים חוסכים כשחוצים באלכסון במקום ללכת לאורך שתי הצלעות?

10 | 20 | 50 | 70

עוד תרגול: בוחן תרגול של 10 שאלות ליחידה.

🎟️ כרטיס יציאה (3 דקות)

1. האם משולש שצלעותיו 9, 40, 41 ישר זווית?
2. מצאו את אלכסון המלבן 5 × 12.

תשובות: 1. $41^2 = 1681 = 1600 + 81$, כן. 2. $144 + 25 = 169$, האלכסון 13.

📝 בדף העבודה

5 תרגילים, ★ חלק אקסטרה למתקדמים, ומחוון עם פתרון מלא לכל תרגיל. למתקשים יש דף עם תמיכה: מחסן מילים, תזכורת של הכלל ושאלות בשלבים.

מקורות רשמיים לבדיקה

- משרד החינוך: רצף הוראה מומלץ במתמטיקה, כיתה ח', תשפ"ז (PDF)
- משרד החינוך: פריסת הוראה במתמטיקה, כיתה ז', תשפ"ז (PDF)
- משרד החינוך: רצף הוראה מומלץ, כיתה ז' (PDF)

מחוון: שימושים: המשפט ההפוך, אלכסונים ובעיות במרחב

1. תשובה: כן, ישר זווית.

פתרון:

הצלע הארוכה 26.

$10^2 + 24^2 = 100 + 576 = 676$

$26^2 = 676$, שווה.

2. תשובה: לא, אין בו זווית ישרה.

פתרון:

הצלע הארוכה 6.

$4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$

$6^2 = 36$, לא שווה.

3. תשובה: 15 ס"מ

פתרון:

האלכסון יתר במשולש עם ניצבים 9 ו-12.

$d^2 = 81 + 144 = 225$

$d = 15$

4. תשובה: 2.5 מ'

פתרון:

הסולם הוא היתר, הגובה ניצב.

$x^2 = 6.5^2 - 6^2 = 42.25 - 36 = 6.25$

$x = \sqrt{6.25} = 2.5$

5. תשובה: $7\sqrt{2} \approx 9.9$ ס"מ

פתרון:

$d^2 = 7^2 + 7^2 = 98$

$d = \sqrt{98} = \sqrt{(49 \cdot 2)} = 7\sqrt{2}$

$7\sqrt{2} \approx 9.9$

★ חלק אקסטרה למתקדמים

6. תשובה: אלכסון הבסיס 5, אלכסון התיבה 13.
פתרון:

אלכסון הבסיס: $\sqrt{(16 + 9)} = \sqrt{25} = 5$

אלכסון התיבה: $\sqrt{(5^2 + 12^2)} = \sqrt{169} = 13$

7. תשובה: 40 מ'
פתרון:

מזרח וצפון יוצרים זווית ישרה.

קו ישר: $\sqrt{(80^2 + 60^2)} = \sqrt{10000} = 100$

הדרך שהלך: $80 + 60 = 140$

חיסכון: $140 - 100 = 40$

8. תשובה: כן, באלכסון התיבה (20.6 ≈ ס"מ).
פתרון:

הקטע הארוך ביותר בקופסה הוא אלכסון התיבה.

$d^2 = 100 + 100 + 225 = 425$

$d = \sqrt{425} \approx 20.6$

$20.6 > 20$

כרטיס יציאה: 1. $41^2 = 1681 = 1600 + 81$, כן. 2. $169 = 25 + 144$, האלכסון 13.