כיתות ז'–ח' | חשבון ומתמטיקה | שיעור 1 מתוך 2 | 45 דק' | חטיבת ביניים | מתאים לממלכתי ולממלכתי-דתי

📐 משפט פיתגורס: מציאת יתר וניצב

📚 בהתאם לתוכנית הלימודים

משפט פיתגורס מופיע בתוכנית המעודכנת לכיתה ז' ("משפט פיתגורס ושימושיו"), וחוזר בכיתה ח': "משפט פיתגורס (שילוב עם הנלמד בכיתה ז')" ו"שימוש במשפט פיתגורס במרחב". שיעור 1 מתאים לז', שיעור 2 לח'.

משרד החינוך: רצף הוראה מומלץ במתמטיקה, כיתה ח', תשפ"ז (PDF)

🎯 מטרות השיעור

- לזהות במשולש ישר זווית את הניצבים ואת היתר.
- לחשב את אורך היתר כשנתונים שני הניצבים.
- לחשב אורך ניצב כשנתונים היתר וניצב, ולזהות שלשות פיתגוריות.

🚪 פתק כניסה (3 דקות)

בתחילת השיעור כל תלמיד עונה על פתק, בלי ציון:

1. מה הצלע הארוכה ביותר במשולש ישר זווית? איפה היא נמצאת?
2. כמה זה $3^2 + 4^2$? ואיזה מספר בריבוע נותן את התוצאה?
3. האם $3 + 4 = 5$? מה ההבדל בין סכום הצלעות לסכום הריבועים?

למורה: חפשו מי יודע שהיתר נמצא מול הזווית הישרה. שאלה 3 חושפת מראש את הטעות הנפוצה: חיבור הצלעות במקום חיבור הריבועים.

🔑 מושגי מפתח

משולש ישר זווית

משולש שאחת מזוויותיו היא $90°$.

ניצב

כל אחת משתי הצלעות שיוצרות את הזווית הישרה.

יתר

הצלע שמול הזווית הישרה. היא תמיד הארוכה ביותר.

משפט פיתגורס

במשולש ישר זווית: $a^2 + b^2 = c^2$, כאשר c הוא היתר.

שלשה פיתגורית

שלושה מספרים שלמים שמקיימים $a^2 + b^2 = c^2$, למשל 3, 4, 5.

📖 הסבר למורה

במשולש ישר זווית יש שני ניצבים ויתר אחד. היתר נמצא מול הזווית הישרה, והוא הצלע הארוכה ביותר.

משפט פיתגורס אומר: סכום ריבועי הניצבים שווה לריבוע היתר, $a^2 + b^2 = c^2$. אפשר להראות זאת בציור: שטח הריבוע שנבנה על היתר שווה לסכום שטחי הריבועים שנבנו על הניצבים.

מציאת יתר: מעלים בריבוע את שני הניצבים, מחברים ומוציאים שורש: $c = \sqrt{(a^2 + b^2)}$. מציאת ניצב: מחסרים מריבוע היתר את ריבוע הניצב הידוע: $b = \sqrt{(c^2 - a^2)}$.

התשובה לא תמיד מספר שלם. למשל לניצבים 1 ו-2 היתר הוא $\sqrt{5}$. משאירים שורש או נותנים קירוב, למשל $\sqrt{5} \approx 2.24$.

טעויות נפוצות: חיבור הניצבים עצמם במקום ריבועיהם ($3 + 4 \neq 5$), חיבור במקום חיסור כשמחפשים ניצב, וחיסור בסדר הפוך ($a^2 - c^2$ יוצא שלילי). בדיקה מהירה: היתר חייב לצאת הארוך ביותר.

✏️ דוגמאות פתורות ללוח

דוגמה 1. במשולש ישר זווית אורכי הניצבים 9 ס"מ ו-12 ס"מ. מצאו את אורך היתר.

1. $c^2 = 9^2 + 12^2$
2. $c^2 = 81 + 144 = 225$
3. $c = \sqrt{225} = 15$

תשובה: היתר 15 ס"מ.

דוגמה 2. אורך היתר 13 ס"מ ואורך אחד הניצבים 5 ס"מ. מצאו את הניצב השני.

1. $b^2 = c^2 - a^2$, מחסרים מהיתר בריבוע.
2. $b^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144$
3. $b = \sqrt{144} = 12$

תשובה: הניצב השני 12 ס"מ.

דוגמה 3. אורכי הניצבים 2 ו-3. מצאו את היתר.

1. $c^2 = 2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$
2. $c = \sqrt{13}$

3. קירוב: $\sqrt{13} \approx 3.61$

תשובה: $c = \sqrt{13} \approx 3.61$

👩‍🏫 פעילות בכיתה

1. פתיחה: שאלות הכניסה בזוגות, 5 דקות.
2. שרטוט על הלוח: משולש ישר זווית, סימון ניצבים ויתר.
3. גילוי: כל זוג משרטט על נייר משבצות משולש עם ניצבים 3 ו-4, מודד את היתר ובונה ריבועים על הצלעות.
4. ניסוח המשפט $a^2 + b^2 = c^2$ מתוך השטחים שספרו.
5. דוגמאות 1 ו-2 על הלוח: יתר, ואחר כך ניצב.
6. תרגול בדף העבודה, פריטים 1 עד 3, ובדיקה בזוגות.
7. סיכום: שאלות יציאה.

💡 הערות למורה

הדגישו בכל תרגיל: קודם מזהים את היתר, ורק אחר כך כותבים את המשוואה. תלמידים מתקשים יעבדו עם תיבת התזכורת ועם שלשות שלמות. למתקדמים: חלק האתגר, ושאלה פתוחה: האם כל כפולה של שלשה פיתגורית היא שלשה?

❓ שאלות תרגול (בודקים בלחיצה)

1. ניצבים 6 ו-8. מה אורך היתר?

10 | 14 | 48 | 100

2. איזו צלע היא היתר במשולש ישר זווית?

הצלע שמול הזווית הישרה | הצלע הקצרה ביותר | כל צלע שליד הזווית הישרה | הצלע שבתחתית השרטוט

3. יתר 25 וניצב 7. מה אורך הניצב השני?

18 | 24 | 26 | 32

4. איזו מהשלשות היא שלשה פיתגורית?

4, 5, 6	8, 15, 17	5, 6, 7	6, 8, 9

עוד תרגול: בוחן תרגול של 10 שאלות ליחידה.

🎟️ כרטיס יציאה (3 דקות)

1. ניצבים 20 ו-21. מצאו את היתר.

2. יתר 17 וניצב 8. מצאו את הניצב השני.

תשובות: 1. $400 + 441 = 841$, היתר 29. 2. $289 - 64 = 225$, הניצב 15.

📝 בדף העבודה

5 תרגילים, ★ חלק אקסטרה למתקדמים, ומחוון עם פתרון מלא לכל תרגיל. למתקשים יש דף עם תמיכה: מחסן מילים, תזכורת של הכלל ושאלות בשלבים.

מקורות רשמיים לבדיקה

- משרד החינוך: רצף הוראה מומלץ במתמטיקה, כיתה ח', תשפ"ז (PDF)
- משרד החינוך: פריסת הוראה במתמטיקה, כיתה ז', תשפ"ז (PDF)
- משרד החינוך: רצף הוראה מומלץ, כיתה ז' (PDF)

מחוון: משפט פיתגורס: מציאת יתר וניצב

1. תשובה: א. AB

פתרון:

היתר נמצא מול הזווית הישרה.

מול C נמצאת הצלע AB.

2. תשובה: 13 ס"מ

פתרון:

$c^2 = 5^2 + 12^2$

$c^2 = 25 + 144 = 169$

$c = \sqrt{169} = 13$

3. תשובה: $4\sqrt{2} \approx 5.66$

פתרון:

$c^2 = 4^2 + 4^2 = 16 + 16 = 32$

$c = \sqrt{32} = \sqrt{(16 \cdot 2)} = 4\sqrt{2}$

$4\sqrt{2} \approx 5.66$

4. תשובה: 8

פתרון:

מחפשים ניצב, לכן מחסרים: $b^2 = 10^2 - 6^2$

$b^2 = 100 - 36 = 64$

$b = 8$

5. תשובה: $\sqrt{65} \approx 8.06$

פתרון:

$b^2 = 9^2 - 4^2 = 81 - 16 = 65$

$b = \sqrt{65}$

$\sqrt{65} \approx 8.06$

★ חלק אקסטרה למתקדמים

6. תשובה: כן, 21, 28, 35 היא שלשה פיתגורית.

פתרון:

השלשה החדשה: 21, 28, 35.

$21^2 + 28^2 = 441 + 784 = 1225$

$35^2 = 1225$, שווה.

7. תשובה: $5\sqrt{2} \approx 7.07$

פתרון:

הניצבים שווים: נסמן x.

$x^2 + x^2 = 10^2$, כלומר $2x^2 = 100$

$x^2 = 50$

$x = \sqrt{50} = 5\sqrt{2} \approx 7.07$

8. תשובה: 18 ו-24

פתרון:

נסמן ניצבים $3k$ ו-$4k$.

$(3k)^2 + (4k)^2 = 30^2$

$9k^2 + 16k^2 = 25k^2 = 900$

$k^2 = 36$, $k = 6$

הניצבים 18 ו-24.

כרטיס יציאה: 1. $400 + 441 = 841$, היתר 29. 2. $289 - 64 = 225$, הניצב 15.