כיתה ט' | חשבון ומתמטיקה | שיעור 1 מתוך 2 | 45 דק' | חטיבת ביניים | מתאים לממלכתי ולממלכתי-דתי

⚡ חוקי החזקות

📚 בהתאם לתוכנית הלימודים

בפריסת ההוראה של משרד החינוך לכיתה ט' (תשפ"ז) מופיעים "חוקי חזקות" (מעריך טבעי או אפס) ו"חוקי שורש ריבועי". היחידה מכסה את שניהם, בלי מעריכים שליליים.

משרד החינוך: פריסת הוראה במתמטיקה, כיתה ט', תשפ"ז (PDF)

🎯 מטרות השיעור

- להכיר את חוקי המכפלה, המנה וחזקה של חזקה
- להשתמש בחזקה של מכפלה ושל מנה ובמעריך 0
- לפשט ביטויים עם חזקות ולזהות טעויות נפוצות

🚪 פתק כניסה (3 דקות)

בתחילת השיעור כל תלמיד עונה על פתק, בלי ציון:

1. כמה זה 2^5?
2. כתבו את $3\cdot3\cdot3\cdot3$ כחזקה.
3. האם $2^3\cdot2^2$ שווה ל-2^6? בדקו בחישוב.

למורה: שימו לב מי מבלבל בין 2^5 לבין $2\cdot5$. השאלה השלישית פותחת את הטעות הנפוצה: מכפילים מעריכים במקום לחבר.

🔑 מושגי מפתח

חזקה

כפל של מספר בעצמו כמה פעמים, למשל $5^3 = 5\cdot5\cdot5$

בסיס

המספר שכופלים, ב-5^3 הבסיס הוא 5

מעריך

מספר הפעמים שכופלים את הבסיס, ב-5^3 המעריך הוא 3

חזקה של חזקה

חזקה שמעלים שוב בחזקה, למשל $(2^3)^2$

מעריך אפס

כל מספר שונה מ-0 בחזקת 0 שווה 1

📖 הסבר למורה

חזקה היא קיצור של כפל חוזר. a^n פירושו a כפול עצמו n פעמים. כל החוקים נובעים מהספירה הזאת, ולכן כדאי לבנות אותם יחד עם התלמידים ולא רק לתת נוסחה.

מכפלה של חזקות עם אותו בסיס: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$. מנה: $a^m / a^n = a^{m-n}$ כאשר $m \geq n$ ו-$a \neq 0$. חזקה של חזקה: $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$, כי כופלים a^m בעצמו n פעמים.

חזקה של מכפלה: $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$. חזקה של מנה: $(a/b)^n = a^n / b^n$ כאשר $b \neq 0$. המעריך 0: מחוק המנה $a^n / a^n = a^0$, וגם $a^n / a^n = 1$, לכן $a^0 = 1$ כאשר $a \neq 0$.

טעויות נפוצות: $a^3 \cdot a^4$ אינו a^{12} אלא a^7. $(a+b)^2$ אינו $a^2 + b^2$: חוק חזקה של מכפלה לא עובד על סכום. $2^3 \cdot 3^2$ לא מתכנס לבסיס אחד, כי הבסיסים שונים.

ביחידה הזו המעריכים טבעיים או 0. מעריכים שליליים לא נלמדים כאן.

✏️ דוגמאות פתורות ללוח

דוגמה 1. פשטו: $x^5 \cdot x^3 / x^2$

1. מכפלה: מחברים מעריכים, $x^5 \cdot x^3 = x^8$
2. מנה: מחסירים מעריכים, $x^8 / x^2 = x^6$

תשובה: x^6

דוגמה 2. חשבו: $(2^3)^2 \cdot 5^0$

1. חזקה של חזקה: $(2^3)^2 = 2^6$
2. $2^6 = 64$
3. $5^0 = 1$
4. $64 \cdot 1 = 64$

תשובה: 64

דוגמה 3. פשטו: $(3x^2)^3$

1. חזקה של מכפלה: כל גורם בחזקת 3
2. $3^3 \cdot (x^2)^3$
3. $27 \cdot x^6$

תשובה: $27x^6$

👩‍🏫 פעילות בכיתה

1. פתיחה: שאלות הכניסה בזוגות, 5 דקות.
2. גילוי: כל זוג כותב $2^3 \cdot 2^4$ ככפל מפורש וסופר כמה פעמים מופיע 2.
3. ניסוח החוקים יחד על הלוח, חוק אחרי חוק, עם דוגמה מספרית לכל אחד.
4. מעריך 0: התלמידים מחשבים $3^4/3^4$ בשתי דרכים ומסיקים $3^0 = 1$.
5. "מלכודות": המורה כותב 4 פישוטים, 2 מהם שגויים, והכיתה מוצאת את הטעויות.
6. תרגול אישי בדף העבודה, 15 דקות.
7. סיום: שאלות היציאה.

💡 הערות למורה

הטעות הנפוצה ביותר היא כפל מעריכים במקום חיבור. בקשו מתלמידים מתקשים לפרוס את החזקה ככפל לפני הפישוט. לתלמידים מתקדמים תנו את חלק האתגר עם ביטויים בכמה משתנים.

❓ שאלות תרגול (בודקים בלחיצה)

1. $a^4 \cdot a^5$ שווה ל:

- a^9
- a^{20}
- $2a^9$
- a^{10}

2. $(x^3)^4$ שווה ל:

- x^7
- x^{12}
- x^{81}
- $4x^3$

3. כמה זה 7^0?

- 0
- 7
- 1
- 70

4. $(2/3)^3$ שווה ל:

- 2/9
- 6/9
- 8/9
- 8/27

עוד תרגול: בוחן תרגול של 10 שאלות ליחידה.

🎟️ כרטיס יציאה (3 דקות)

1. פשטו: $a^6 \cdot a^2 / a^3$

2. חשבו: $(2 \cdot 5)^3$

תשובות: 1. a^5 2. $2^3 \cdot 5^3 = 8 \cdot 125 = 1000$

📝 בדף העבודה

5 תרגילים, ★ חלק אקסטרה למתקדמים, ומחוון עם פתרון מלא לכל תרגיל. למתקשים יש דף עם תמיכה: מחסן מילים, תזכורת של הכלל ושאלות בשלבים.

מקורות רשמיים לבדיקה

- משרד החינוך: פריסת הוראה במתמטיקה, כיתה ט', תשפ"ז (PDF)
- המרחב הפדגוגי: תוכניות לימודים במתמטיקה לחטיבת הביניים

מחוון: חוקי החזקות

1. תשובה: 5^7

פתרון:

אותו בסיס, מכפלה: מחברים מעריכים

$3+4 = 7$

5^7

2. תשובה: $4^3 = 64$

פתרון:

אותו בסיס, מנה: מחסירים מעריכים

$9-6 = 3$

4^3, וזה 64

3. תשובה: y^{11}

פתרון:

חזקה של חזקה: $(y^2)^5 = y^{10}$

$y = y^1$

מכפלה: $y^{10}\cdot y^1 = y^{11}$

4. תשובה: ג. $16x^4$

פתרון:

חזקה של מכפלה: כל גורם בחזקת 4

$2^4\cdot x^4$

$16x^4$

5. תשובה: 3

פתרון:

מונה: $3^5\cdot 3^2 = 3^7$

מכנה: $(3^3)^2 = 3^6$

מנה: $3^7/3^6 = 3^1 = 3$

★ חלק אקסטרה למתקדמים

6. תשובה: a^7b^2

פתרון:

חזקה של מכפלה: $(a^3b^2)^4 = a^{12}b^8$

מנה לפי כל בסיס בנפרד: $a^{12}/a^5 = a^7$

$b^8/b^6 = b^2$

התוצאה a^7b^2

7. תשובה: $n = 7$

פתרון:

אגף שמאל: 2^{n+3}

בסיסים שווים, לכן המעריכים שווים: $n + 3 = 10$

$n = 7$

8. תשובה: השוויון שגוי: 16 לעומת 10. הנכון $x^2 + 6x + 9$

פתרון:

אגף שמאל: $(1+3)^2 = 4^2 = 16$

אגף ימין: $1^2 + 9 = 10$

$16 \neq 10$, לכן השוויון שגוי

חוק חזקה של מכפלה לא חל על סכום. הנכון: $(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$

כרטיס יציאה: 1. a^5 2. $2^3 \cdot 5^3 = 8 \cdot 125 = 1000$